RESISTANCE DES MATERIAUX

La résistance des matériaux a trois objectifs principaux :

- la connaissance des caractéristiques mécaniques des matériaux (comportement sous l'effet d'une action mécanique) ;
- l'étude de la résistance des pièces mécaniques (résistance ou rupture) ;
- l'étude de la déformation des pièces mécaniques.

Ces études permettent de choisir le matériau et les dimensions d'une pièce mécanique en fonction des conditions de déformation et de résistance requises.

1 - Essais et caractéristiques des matériaux

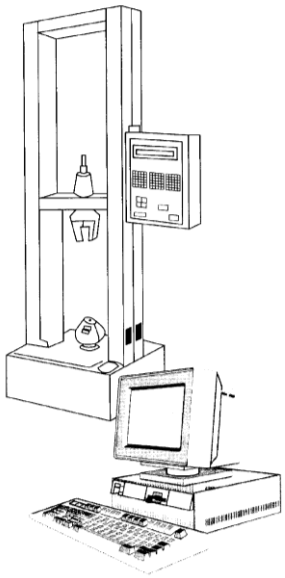
Effectués en laboratoire ou sur le terrain, les apportent des renseignements précis et fiables sur les performances d'un matériau. Il en existe un grand nombre qui sont réglementés par des normes internationales pour la plupart.

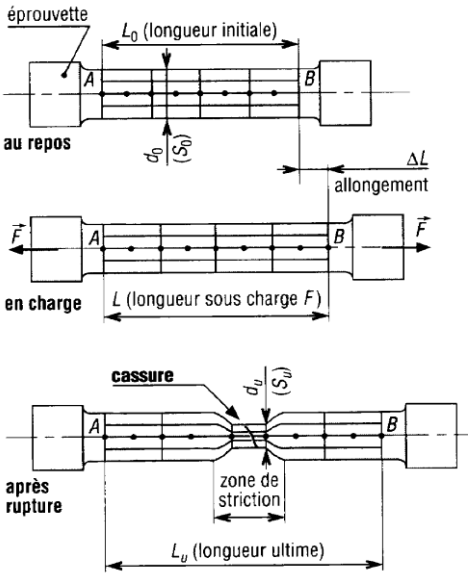
Principaux essais :

Essais mécaniques (traction, dureté, résilience, fatigue. . .).
Essais pour la productique (emboutissage, pliage, usinabilité...).
Essais sur les surfaces (abrasion, rayures, rugosité, adhérence. . .).
Essais sur les fluides (viscosité, écoulements. , ,).

1.1 Essai de traction

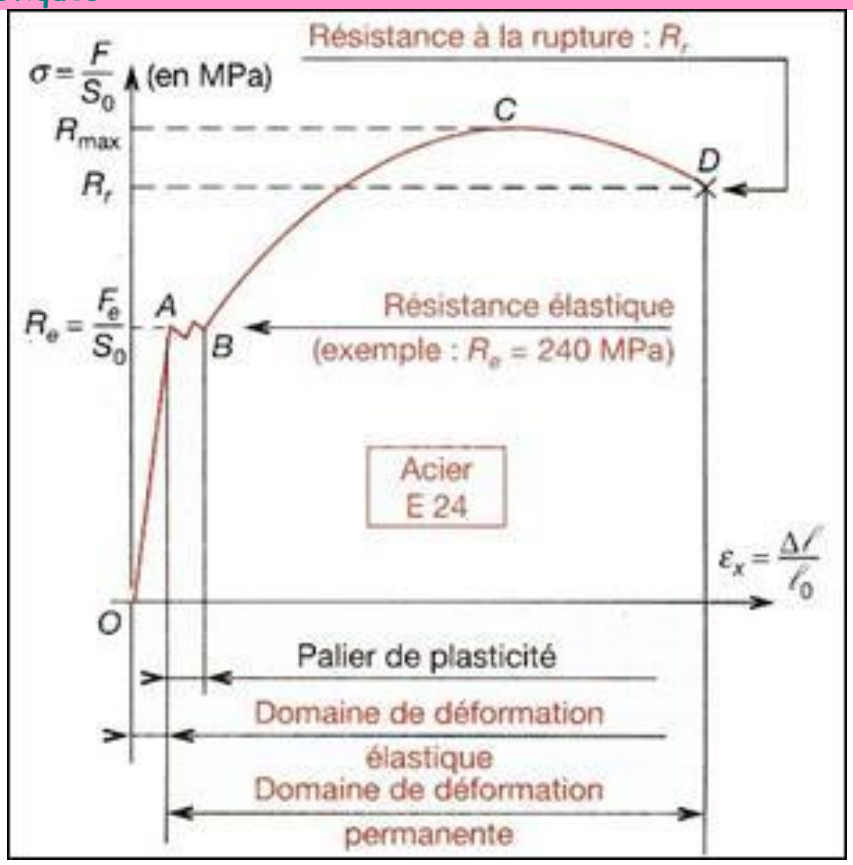
Essai le plus classique, il consiste à exercer sur une éprouvette normalisée, cylindrique ou parallélépipédique (plate), deux actions mécaniques et opposées qui vont la déformer progressivement puis la rompre.





On enregistre sur un graphe l'allongement relatif en fonction de l'effort unitaire

1.2 Caractéristiques



La courbe fait apparaître 2 zones :

♦ **<u>Zone OA</u>** : *zone de déformation élastique.*

L'allongement est proportionnel à la charge. Si on supprime l'effort l'éprouvette reprend sa longueur initiale. Le point A donne la **résistance élastique** du matériau.

$$Re = \frac{F_e}{S}$$

Re : Résistance élastique (Mpa)
Fe : Charge de la limite élastique (N)
S : aire de la section droite (mm²)

MODULE DE YOUNG

On définit aussi le module **d'élasticité longitudinal** (*module de **YOUNG***). Il caractérise l'aptitude du matériau à se déformer. *Il s'agit de la pente de la droite OA.*

$$E = \frac{F_e . l_0}{S . \Delta l}$$

E : Module d'élasticité longitudinal (de Young) (Mpa = N/mm2)
F_e : Charge de la limite élastique (N)
S : aire de la section droite (mm²)
Δl : allongement (mm)

Exemple : pour l'acier E = 200 000 Mpa

pour l'élastomère E = 1 MPa.

♦ **Zone AC** : *zone de déformation permanente ou domaine plastique avec rupture en C.*

Dans cette zone, si l'on supprime la charge, l'éprouvette ne reprend pas sa longueur initiale ; il y a une *déformation permanente*. Le point B donne la charge maximale supportée par l'éprouvette. On définit ainsi la limite de résistance à la rupture du matériau :

$$Rr = \frac{F_m}{S}$$

Limite de résistance à la rupture :

Rr : Résistance à la rupture (Mpa)
F_m : Charge de la limite à la rupture (N)
S : aire de la section droit (mm^2)

2 - Hypothèses de la R.D.M

2.1 Matériaux

- **Continuité** : la matière est supposée continue car son aspect moléculaire est trop "fin" pour l'étude qui nous intéresse.
- **Homogénéité** : on supposera que tous les éléments de la matière, aussi petits soient ils, sont identiques (hypothèse non applicable pour le béton ou le bois).
- **Isotropie** : on supposera qu'en tout point et dans toutes les directions, la matière a les mêmes propriétés mécaniques. (hypothèse non applicable pour le bois ou les matériaux composites)

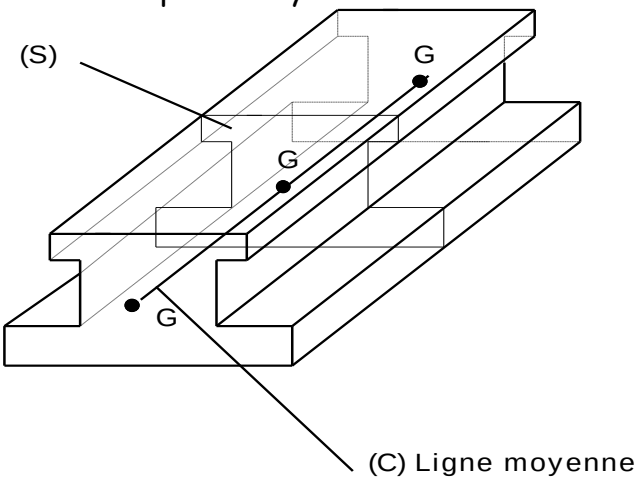
2.2 Disposition de la matière

La RDM étudie des pièces dont les formes sont relativement simples. Ces pièces sont désignées sous le terme de « poutres ».

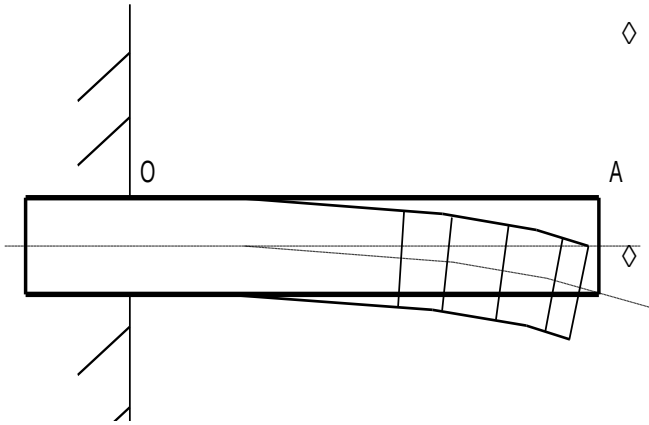
- **Poutre : on appelle poutre (voir fig.) un solide engendré par une surface** plane (S) dont le centre de surface G décrit une courbe plane (C) appelée *ligne moyenne*.

Les caractéristiques de la poutre sont :

- ligne moyenne droite ou à grand rayon de courbure ;
- section droite (S) constante ou variant progressivement ;
- grande longueur par rapport aux dimensions transversales ;
- existence d'un plan de symétrie.



2.3 Déformations

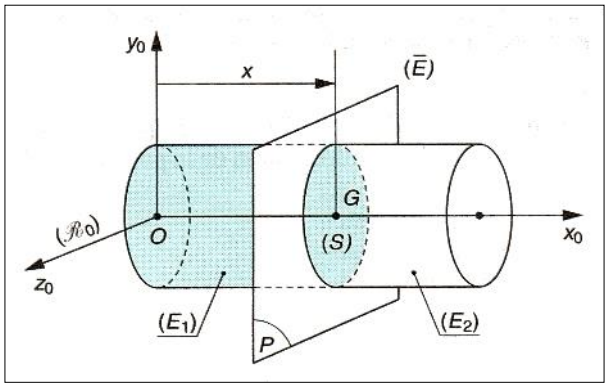


◊ **Navier & Bernoulli :** Les sections planes normales aux fibres avant déformation demeurent planes et normales aux fibres après déformation.

◊ **Barré de St Venant :** Les résultats obtenus par la RDM ne s'appliquent valablement qu'à une distance suffisamment éloignée de la région d'application des efforts concentrés.

3 - Torseur des efforts de cohésion

3.1 Définition et repérage de la coupure fictive



Soient (E) le solide assimilé à une poutre et ($\bar{E}$) l'ensemble extérieur à (E).

R_0 est un repère lié à (E), même repère que pour l'étude de l'équilibre statique de (E). R_0 est tel que l'axe $(0, X_0)$ soit confondu avec la ligne moyenne de la poutre.

Considérons un plan P perpendiculaire à $(0, X_0)$ et soit S la section droite de (E) ainsi définie.

Soit G, d'abscisse x, le centre de surface de (S) dans R_0, le vecteur position $\overrightarrow{OG}$ définit la position de la section droite fictive (S).

La coupure fictive partage la poutre (E) en deux tronçons (E_1) et (E_2).

3.2 Définition du torseur de cohésion

Les actions mécaniques que le tronçon (E_2) exerce (E_1) à travers la section droite fictive (S) sont des efforts intérieurs à la poutre (E) que l'on modélisera par un torseur appelé torseur de cohésion $\{\mathbf{T_{coh}}\}$. .

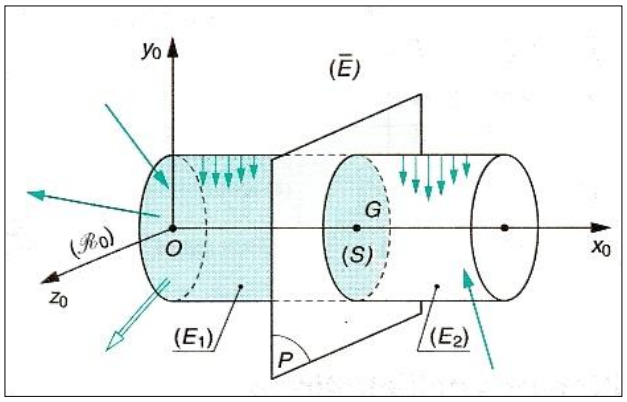
Nous exprimerons ses éléments de réduction au point G, centre de surface de (S) :

$$\left\{\tau_{Cohésion}\right\} = \left\{\tau_{E_2 \to E_1}\right\} = \left\{\begin{matrix} \overrightarrow{R}_{E_2/E_1} \\ \overrightarrow{M}_{G\,E_2/E_1} \end{matrix}\right\}_G$$

Le torseur de cohésion est toujours le torseur des actions mécaniques exercées par le tronçon de droite (E_2) sur le tronçon de gauche (E_1).

3.3 Détermination des éléments de réduction en G du torseur des efforts de cohésion

3.3.1 Equilibre de la poutre (E)



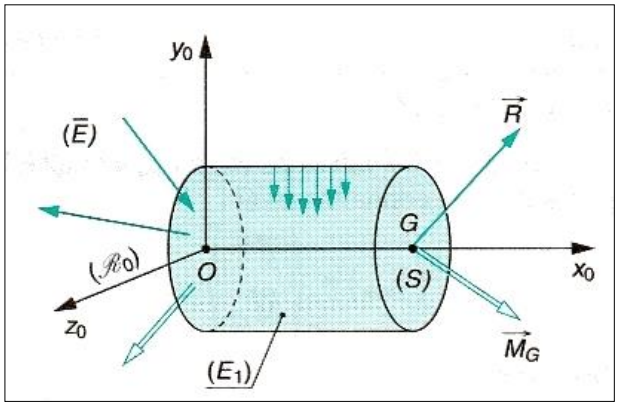
La poutre (E) étant en équilibre, le PFS permet d'écrire :

$$\left\{\begin{array}{l}\vec{R}(\bar{E}\rightarrow E) = \vec{0}\\ \vec{M}_G(\bar{E}\rightarrow E) = \vec{0}\end{array}\right\}_G$$

En utilisant la notion de coupure fictive, en G, les actions mécaniques de ($\bar{E}$) sur (E) peuvent être séparées en deux groupes :

Celles de ($\bar{E}$) sur (E_1) et ($\bar{E}$) sur (E_2).

3.3.2 Equilibre du tronçon (E_1)



Isolons le tronçon (E_1). Celui-ci est en équilibre sous l'action de deux torseurs d'actions mécaniques :

- Le torseur des actions du milieu extérieur ($\bar{E}$) sur (E) dont on peut donner les éléments de réduction en G :

$$\{\mathcal{T}(\bar{E}\rightarrow E_1)\} = \left\{\begin{array}{l}\vec{R}(\bar{E}\rightarrow E_1)\\ \vec{M}_G(\bar{E}\rightarrow E_1)\end{array}\right\}_G$$

- Le torseur des actions mécaniques que le tronçon (E_2) exerce sur (E_1) à travers la section droite fictive (S) :

$$\left\{\tau_{Cohésion}\right\} = \left\{\tau_{E_2\rightarrow E_1}\right\}$$

Appliquons à (E_1) le PFS : $\boxed{\{\mathcal{T}(\bar{E}\rightarrow E_1)\} + \{\mathcal{T}_{coh}\} = \{\vec{0}\}}$

Les équations d'équilibre du tronçon (E_1) s'écrivent donc en G :

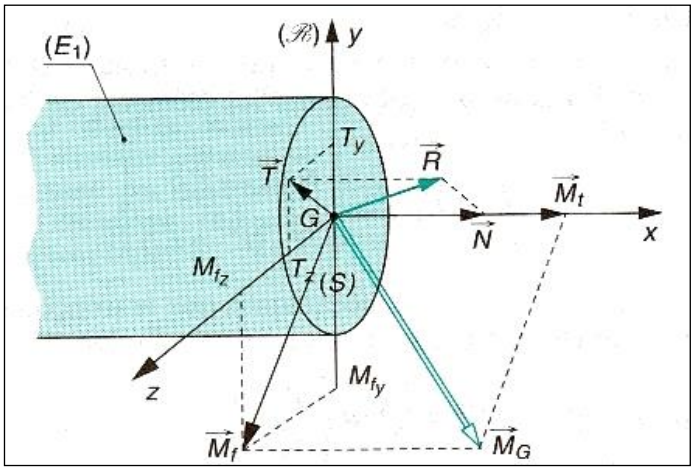
$$\boxed{\begin{array}{l}\overrightarrow{R}_{\bar{E}/E_1} + \overrightarrow{R}_{E_2/E_1} = \vec{0}\\ \overrightarrow{M}_{G\,\bar{E}/E_1} + \overrightarrow{M}_{G\,E_2/E_1} = \vec{0}\end{array}}$$

3.3.3 Expression des éléments de réduction en G du torseur de cohésion

Compte tenu des équations précédentes, les éléments de réduction en G du torseur des efforts de cohésion peuvent donc s'exprimer de deux façons :

Première écriture	*Deuxième écriture*
$\overrightarrow{R}_{E_2/E_1} = -\overrightarrow{R}_{\overline{E}/E_1}$ $\overrightarrow{M}_{G\,E_2/E_1} = -\overrightarrow{M}_{G\,\overline{E}/E_1}$	$\overrightarrow{R}_{E_2/E_1} = +\overrightarrow{R}_{\overline{E}/E_2}$ $\overrightarrow{M}_{G\,E_2/E_1} = +\overrightarrow{M}_{G\,\overline{E}/E_2}$

3.4 Dénomination des composantes du torseur des efforts de cohésion



Définitions:

- Effort normal $\overrightarrow{N}$: c'est la projection de $\overrightarrow{R}_{E_2/E_1}$ sur la normale extérieure (G,X)
- Effort tranchant $\overrightarrow{T}$: c'est la projection de $\overrightarrow{R}_{E_2/E_1}$ sur le plan de section droite (G,Y,Z)
- Moment de torsion $\overrightarrow{Mt}$ c'est la projection de $\overrightarrow{M}_{G\,E_2/E_1}$ sur la normale extérieure (G,X)
- Moment de flexion $\overrightarrow{Mf}$ c'est la projection de $\overrightarrow{M}_{G\,E_2/E_1}$ sur le plan de section droite(G,Y,Z)

Par conséquent : $\overrightarrow{R}_{E_2/E_1} = \overrightarrow{N} + \overrightarrow{T}$ et $\overrightarrow{M}_{G\,E_2/E_1} = \overrightarrow{Mt} + \overrightarrow{Mf}$.

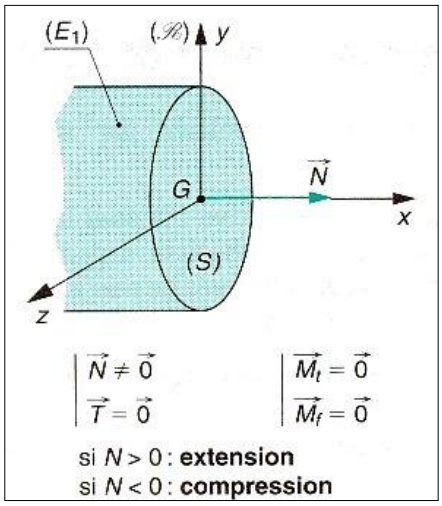
Soit en décomposant dans le repère local R :

$\overrightarrow{R}_{E_2/E_1}$	N :	Composante algébrique de l'effort normal $\overrightarrow{N}$ sur (G,X)
	Ty :	Composante algébrique de l'effort tranchant $\overrightarrow{T}$ sur (G,Y)
	Tz:	Composante algébrique de l'effort tranchant $\overrightarrow{T}$ sur (G,Z)

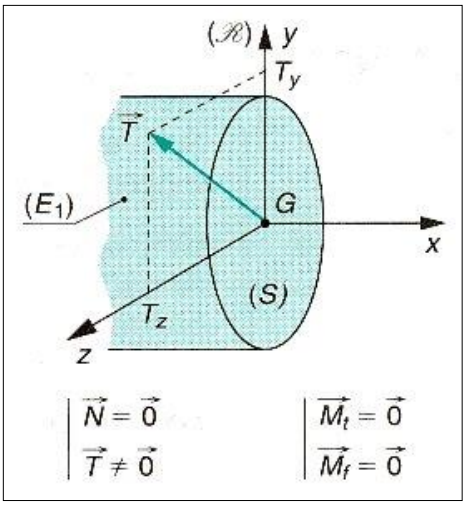
$\overrightarrow{M}_{G\,E_2/E_1}$	Mt :	Composante algébrique du moment de torsion $\overrightarrow{Mt}$ sur (G,X)
	Mfy :	Composante algébrique de moment de flexion $\overrightarrow{Mf}$ sur (G,Y)
	Mfz :	Composante algébrique de moment de flexion $\overrightarrow{Mf}$ sur (G,Z)

4 - Définition des sollicitations

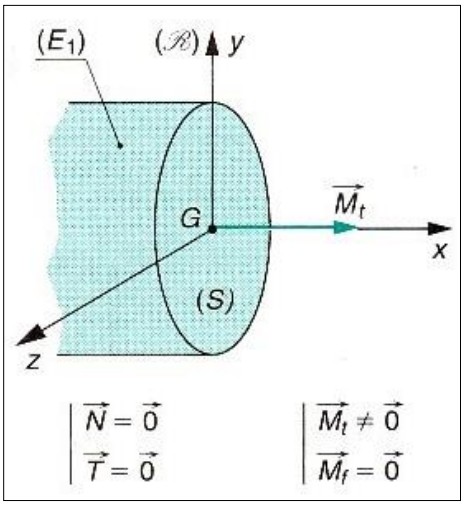
Si les éléments de réduction en G du torseur des efforts de cohésion font apparaître un seul des quatre éléments $\vec{N}$, $\vec{T}$, $\vec{Mt}$, $\vec{Mf}$, non nul, la sollicitation est dite ***simple***.



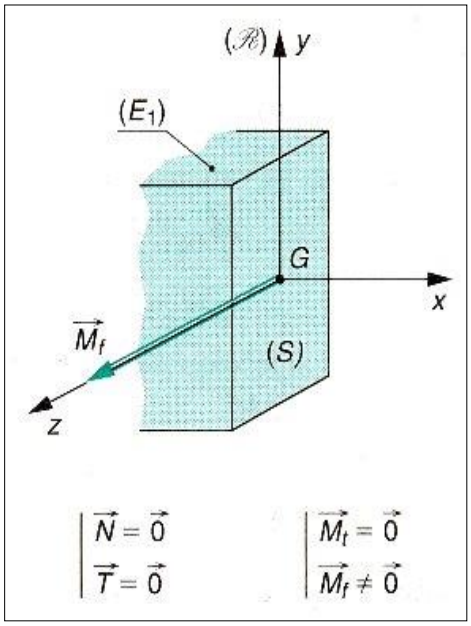
TRACTION OU COMPRESSION



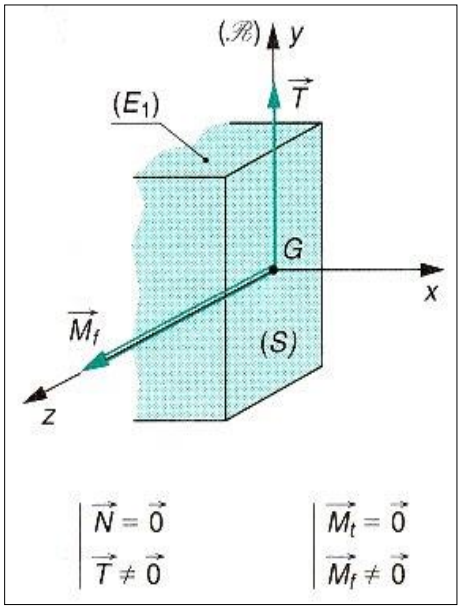
CISAILLEMENT



TORSION



FLEXION PLANE PURE



FLEXION PLANE SIMPLE